

## Zestaw 6.

Czas potrzebny na rozwiązanie zadań – 180 minut

1. (0-1) *Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.*

Liczba  $1,77 - 1,(77)$  jest:

A.	równa 0,	ponieważ	1.	$1,77 - 1,(77) = 0$ .
B.	ujemna,		2.	$1,77 - 1,(77) = -0,00(7)$ .

2. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Jeśli  $a = \sqrt[3]{-125}$ ,  $b = -\left(\frac{2}{5}\right)^2$ ,  $c = \log_9 3$ , to iloczyn liczb  $a \cdot b \cdot c$  jest równy:

- A. -2                      B. -0,4                      C. 0,4                      D. 1,6

3. (0-2) Uzasadnij, że jeśli  $a$  i  $b$  są dowolnymi liczbami rzeczywistymi, to  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ .

4. (0-1) Liczbę dodatnią  $x$  zwiększono o 5 i otrzymano liczbę o 30% większą.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Tę informację można zapisać w postaci równania:

- A.  $x + 5 = x + 0,3$       B.  $x + 5 = 0,3x$       C.  $x + 5 = 1,3x$       D.  $x + 5 = 0,7x$

5. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Jeżeli  $x^2 > 5$ , to:

- A.  $x < -5$  lub  $x > 5$                       B.  $x \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$   
C.  $x \in (-5; 5)$                               D.  $x < -\sqrt{5}$  lub  $x > \sqrt{5}$

6. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Równanie  $x^4(x^2 + 14x + 49) = 0$ :

- A. ma tylko dwa różne rozwiązania      B. ma tylko jedno rozwiązanie  
C. jest sprzeczne                              D. jest tożsamościowe

7. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Rozwiązaniem równania  $x^4 + 3x^3 - x - 3 = 0$  są liczby:

A. 1 i -3

B. -1 i 3

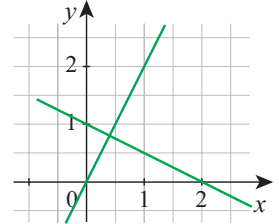
C. 1 i 3

D. -1 i -3

8. (0-1) Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną pewnego układu równań liniowych.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Układem tym może być:



A. 
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} y + 2x = 0 \\ 2y + x = 1 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ 2y + x - 2 = 0 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} y = -2x \\ y + x - 2 = 0 \end{cases}$$

9. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Funkcja liniowa  $f$  spełniająca warunki  $f(-3) = 9$  i  $f(1) = 1$  określona jest wzorem:

A.  $f(x) = -3x$

B.  $f(x) = -x + 2$

C.  $f(x) = -2x + 3$

D.  $f(x) = 2x - 3$

10. (0-1) Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $f$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

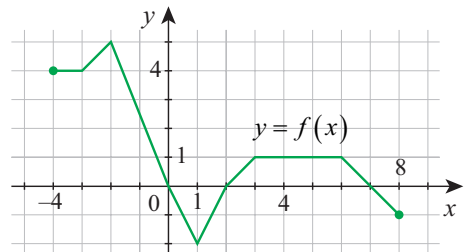
Prawdą jest, że:

A.  $f(-1) < f(1)$

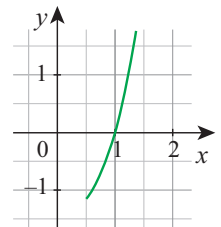
B.  $f(1) < f(3)$

C.  $f(-1) < f(3)$

D.  $f(3) < f(0)$



11. (0-2) Na rysunku przedstawiono szkic fragmentu wykresu funkcji kwadratowej  $f$  dla  $x \in \mathbf{R}$ . Prosta o równaniu  $x = \frac{1}{3}$  jest osią symetrii wykresu tej funkcji. Podaj zbiór rozwiązań nierówności  $f(x) \leq 0$ .



12. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Zbiorem wartości funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = x^2 - 6x + c$  jest przedział  $(0; +\infty)$ , gdy współczynnik  $c$  jest równy:

- A. 0                      B. 4                      C. 6                      D. 9

13. (0-1) Funkcje  $f$  i  $g$  określone są wzorami

$$f(x) = -3x^2 + 12x \quad \text{i} \quad g(x) = -3(x-2)^2 + 12.$$

*Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.*

A.	Wykresy funkcji $f$ i $g$ pokrywają się,	ponieważ	1.	$g(x) = -3x^2 + 3 \cdot (-2)^2 + 12$ , więc $f(x) \neq g(x)$ .
B.	Wykresy funkcji $f$ i $g$ nie pokrywają się,		2.	$g(x) = -3x^2 + 3 \cdot 4x - 3 \cdot 4 + 12$ , więc $f(x) = g(x)$ .

14. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Do wykresu funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = -2x^{-2}$  należy punkt o współrzędnych:

- A. (2, 1)                      B. (1, 1)                      C.  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$                       D. (4, 4)

15. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartość wyrażenia  $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \operatorname{tg} 40^\circ \cdot \operatorname{tg} 50^\circ$  jest równa:

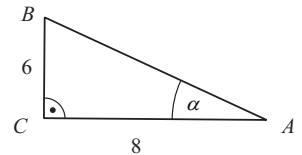
- A. 1                      B.  $1\frac{1}{4}$                       C.  $1\frac{1}{2}$                       D.  $1\frac{3}{4}$

16. (0-1) Kątem ostrym w trójkącie prostokątnym  $ABC$  jest  $\alpha$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartością wyrażenia  $\sin \alpha + \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$  jest liczba:

- A. 0,65                      B. 0,55                      C. 0,95                      D. 2,15



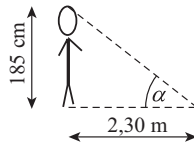
17. (0-2) Liczba przekątnych dowolnego  $n$ -kąta wypukłego wyrażona jest wzorem  $\frac{n(n-3)}{2}$ , gdzie  $n$  oznacza liczbę boków tego wielokąta. Oblicz liczbę boków wielokąta, który ma trzy razy więcej przekątnych niż boków.

18. (0-1) Człowiek mający 185 cm wzrostu rzuca cień o długości 2,30 m.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Promienie słoneczne w tym czasie padają na ziemię pod kątem:

- A.  $39^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $61^\circ$



19. (0-1) Boki  $a, b$  trójkąta mają długości  $a = 5$  i  $b = 8$  oraz kąty  $\alpha = 45^\circ$  i  $\beta = 55^\circ$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Pole tego trójkąta jest równe:

- A.  $20 \sin 45^\circ$               B.  $20 \sin 55^\circ$               C.  $20 \sin 80^\circ$               D.  $40 \sin 45^\circ$

20. (0-1) W trójkącie  $ABC$ , w którym  $|AB| = 6$ ,  $|BC| = 2\sqrt{5}$ ,  $|AC| = 5$ , dwusieczna kąta  $CAB$  przecina bok  $BC$  w punkcie  $D$ .

*Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.*

Długość odcinka  $BD$  jest równa:

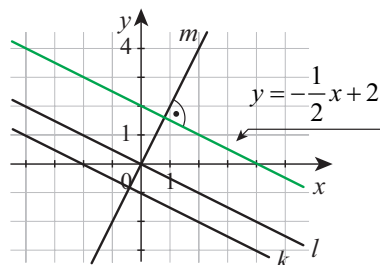
A.	$ BD  = \frac{10\sqrt{5}}{6}$ ,	ponieważ	1.	$\frac{ AB }{ AC } = \frac{ BC }{ BD }$ .
B.	$ BD  = \sqrt{5}$ ,		2.	$ BD  =  DC $ .
C.	$ BD  = \frac{12\sqrt{5}}{11}$ ,		3.	$\frac{ AB }{ AC } = \frac{ BD }{ DC }$ .

21. (0-2) Uwzględnij dane przedstawione na rysunku.

*Dokończ zdanie. W miejsce . . . . . wpisz odpowiednie równanie prostej.*

21.1. Równanie prostej  $k$ , to  $y = \dots\dots\dots$  .

21.2. Równanie prostej  $m$ , to  $y = \dots\dots\dots$  .



22. (0-1) Wierzchołkami trójkąta  $ABC$  są punkty  $A = (1, 7)$ ,  $B = (-1, -3)$ ,  $C = (3, 5)$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Odcinek łączący środki boków  $AB$  i  $BC$  ma długość:

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\sqrt{2}$

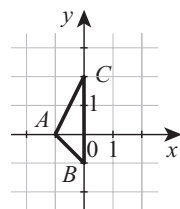
C.  $\sqrt{6}$

D.  $2\sqrt{2}$

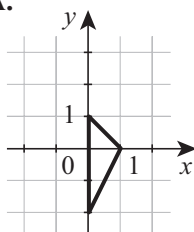
23. (0-1) Trójkąt  $ABC$  przedstawiony na rysunku przekształcono przez symetrię względem początku układu współrzędnych.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

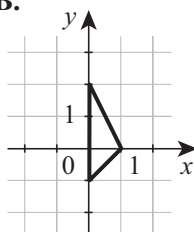
Obraz trójkąta  $ABC$  przedstawiono na rysunku:



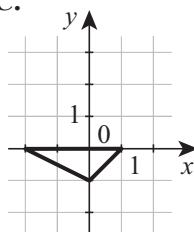
A.



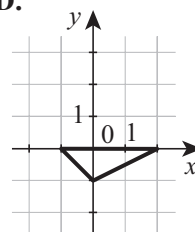
B.



C.



D.



24. (0-1) Ciąg  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = (-1)^n (n^2 - 2n)$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Prawdą jest, że:

A.  $a_3 > 3$

B.  $a_3 = 3$

C.  $a_3 < 2$

D.  $a_3 = 2$

25. (0-1) Miary kątów czworokąta tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy  $20^\circ$ .

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę:

A.  $40^\circ$

B.  $50^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $70^\circ$

26. (0-2) *Dokończ zdanie. W miejsce . . . . . wpisz odpowiednią liczbę.*

Liczyby rzeczywiste  $x$  i  $y$  są wyrazami ciągu geometrycznego  $-2, x, -8, y, -32$ , gdy:

$$x = \dots\dots\dots, \quad y = \dots\dots\dots$$

27. (0-2) Wykaż, że ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem geometrycznym, gdy  $a_n = 4 \cdot \frac{3^n}{5^{2n}}$ .

28. (0-2) W tabeli przedstawione są wyniki sondażu przeprowadzonego w grupie uczniów, dotyczącego czasu przeznaczanego dziennie na gry komputerowe.

Czas ( w godzinach)	1	2
Liczba uczniów	8	12

*Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.*

Medianą danych przedstawionych w tabeli jest liczba 2.	<b>P</b>	<b>F</b>
Dominantą, czyli modą danych z tabeli jest liczba 12.	<b>P</b>	<b>F</b>
Średnią arytmetyczną danych z tabeli jest wartość wyrażenia $\frac{8 \cdot 1 + 12 \cdot 2}{8 + 12} = 1,6$	<b>P</b>	<b>F</b>
Kwadrat odchylenia standardowego od średniego czasu przeznaczanego dziennie na gry komputerowe, to wartość wyrażenia $\frac{1 \cdot (1,6 - 1)^2 + 2 \cdot (2 - 1,6)^2}{1 + 2}$ .	<b>P</b>	<b>F</b>

29. (0-1) Spośród cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5 losujemy ze zwracaniem dwa razy po jednej cyfrze.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Liczb dwucyfrowych, których cyframi dziesiątek oraz jedności są kolejno wylosowane cyfry jest:

A. 36

B. 30

C. 12

D. 10

30. (0-2) Gracz rzuca dwa razy sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuconych oczek. Jeśli suma ta jest co najmniej 10, to gracz wygrywa. W pozostałych przypadkach przegrywa. Uzupełnij tabelę tak, aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia losowego oraz oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$ , że gracz przegrywa.

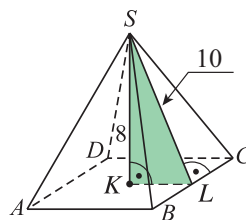
Suma wyrzuconych oczek						
I rzut \ II rzut	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5			
3	4	5				
4	5					
5	6					
6	7					

31. (0-3) Przekątna sześcianu jest o 5 dłuższa od przekątnej ściany sześcianu. Oblicz długość krawędzi tego sześcianu.

32. (0-2) Na rysunku podano wybrane wymiary czworokątnego ostrosłupa prawidłowego.

Zaznacz **dwa** zdania prawdziwe spośród podanych.

- A. Krawędź podstawy ostrosłupa jest równa 6.  
 B. Krawędź boczna ostrosłupa jest równa  $2\sqrt{34}$ .  
 C. Objętość ostrosłupa jest równa 1152.  
 D. Pole powierzchni jednej ściany bocznej ostrosłupa jest równe 60.  
 E. Pole powierzchni podstawy ostrosłupa jest równe 144.

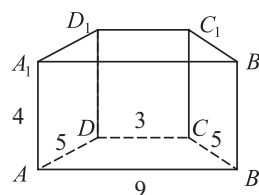


33. (0-1) Na rysunku podano wymiary graniastosłupa prostego czworokątnego.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

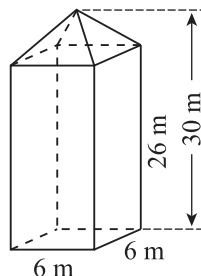
Objętość tego graniastosłupa jest równa:



A.	72,	ponieważ	1.	$V = \frac{1}{2}(3+9) \cdot 4 \cdot 4.$
B.	96,		2.	$V = \frac{1}{2}(3+9) \cdot 3 \cdot 4.$

34. Zakład dekarcki otrzymał zlecenie na wymianę pokrycia dachu wieży kościelnej, o wymiarach podanych na rysunku. Jedna rolka papy zgrzewalnej ma powierzchnię  $5 \text{ m}^2$ .

*Dokończ zdanie. W miejsce . . . . . wpisz odpowied-  
nie liczby.*



- 34.1. (0-1) Jeżeli trzeba doliczyć 6% powierzchni papy na wady materiałowe, to na pokrycie dachu należy kupić . . . . . rolek.
- 34.2. (0-1) Jeśli rolka papy zgrzewalnej o powierzchni  $5 \text{ m}^2$  kosztuje 39,99 zł, to koszt wymiany papy będzie równy . . . . . zł.

Wynik podaj z dokładnością do 1 zł.

35. Punkty  $A = (3, 1)$ ,  $B = (3, 5)$ ,  $C = (-1, 5)$ ,  $D = (-5, -3)$  są kolejnymi wierzchołkami czworokąta  $ABCD$ .

35.1. (0-2) Uzasadnij, że przekątne  $AC$  i  $BD$  czworokąta zawierają się w prostych prostopadłych.

35.2. (0-1) *Dokończ zdanie. W miejsce . . . . . wstaw odpowiednią liczbę.*

Pole powierzchni czworokąta  $ABCD$  jest równe . . . . .

36. (0-1) Tymon krzyknął do Leona. Natężenie jego dźwięku było równe  $10^{-5,5} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$ .

W obliczeniach zastosuj wzór  $L(I) = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ , gdzie  $L$  to poziom głośności dźwięku

mierzony w decybelach [dB],  $I$  to natężenie dźwięku,  $I_0 = 10^{-12} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$  to natężenie dźwięku odpowiadające progowi słyszalności przez człowieka.

*Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Poziom głośności krzyku Tymona jest równe:

A. 55 dB

B. 60 dB

C. 65 dB

D. 70 dB