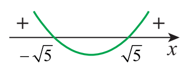
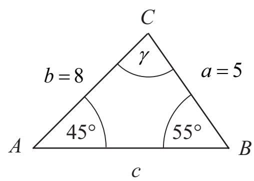
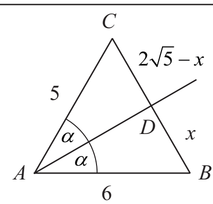
Zestaw 6. – odpowiedzi i etapy rozwiązania

Nr zadania i odp. do zadań zamkniętych	Odpowiedzi do zadań otwartych i opis czynności zdającego oraz schematy punktowania	Punkty
1. **B2**	Zauważy, że liczba $1,(77)$ jest ułamkiem okresowym, czyli $1,77000...-1,7777...<0$.	1
2. **C**	Obliczy $a=-5$, $b=-\frac{4}{25}$, $c=\frac{1}{2}$, więc $a\cdot b\cdot c=-5\cdot\left(-\frac{4}{25}\right)\cdot\frac{1}{2}$.	1
3. **(2 pkt.)**	**1°** Zapisze podaną nierówność w postaci $a^2+b^2\geq 2ab$, skąd $(a+b)^2\geq 0$. **2°** Zapisze, że kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest nieujemny.	1 1
4. **C**	Zauważy i zapisze, że $x+5$ równoważy $x+0,3x$.	1
5. **D**	Zauważy, że $x^2-5>0$, czyli $\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)>0$. 	1
6. **A**	Zapisze $x^4=0$ lub $x^2+14x+49=(x+7)^2=0$, skąd $x=0$ lub $x=-7$.	1
7. **A**	Zauważy, że $x^3(x+3)-(x+3)=\left(x^3-1\right)(x+3)=0$, czyli gdy $x^3-1=0$ lub $x+3=0$.	1
8. **C**	Zapisze poprawnie równania prostych, tj. $y=2x$ oraz $y=-\frac{1}{2}x+1$, czyli $x+2y-2=0$.	1
9. **C**	Zapisze i rozwiąże układ $\begin{cases}-3a+b=9\\ a+b=1\end{cases}$, skąd $a=-2$ i $b=3$, więc $y=-2x+3$.	1
10. **B**	Zauważy, że $f(1)=-2$ i $f(3)=1$, więc $f(1)<f(3)$.	1
11. **(2 pkt.)**	Odp.: $f(x)\leq 0$, gdy $x\in\left\langle -\frac{1}{3};1\right\rangle$. **1°** Zauważy, że drugim miejscem zerowym jest $x=-\frac{1}{3}$, bo $\frac{1}{3}-\frac{2}{2}=-\frac{1}{3}$. **2°** Odczyta z wykresu rozwiązanie nierówności $f(x)\leq 0$.	 1 1
12. **D**	Zauważy, że jeśli zbiorem wartości jest przedział $\langle 0;+\infty)$, to wierzchołek paraboli należy do osi x, czyli $\Delta=0$ i $\Delta=(-6)^2-4c$.	1

13. **A2**	Zna kolejność wykonywania działań.	1
14. **C**	Obliczy poprawnie $f(1) = -2^{1-2} = -2^{-1} = -\frac{1}{2}$.	1
15. **D**	Poprawnie obliczy wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$, czyli zauważy, że $\operatorname{tg}40^\circ \cdot \operatorname{tg}50^\circ = \operatorname{tg}40^\circ \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - 50^\circ)} = \operatorname{tg}40^\circ \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}40^\circ}$.	1
16. **A**	Zauważy, że $\lvert AB\rvert = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ oraz $\sin\alpha = 0{,}6$, $\cos\alpha = 0{,}8$ i $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}75$, więc $0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}75 = 0{,}65$.	1
17. **(2 pkt.)**	Odp.: 9 boków.	
	1° Zapisze równanie $\frac{n(n-3)}{2} = 3n$, gdzie $n \in \boldsymbol{N}^+$ i $n > 3$.	1
	2° Rozwiąże równanie $n(n-3) = 6n$, czyli $n^2 - 9n = 0$, więc $n(n-9) = 0$, skąd $n = 0$ (nie spełnia założeń) lub $n = 9$.	1
18. **A**	Zauważy, że $185\ \mathrm{cm} = 1{,}85\ \mathrm{m}$ i zapisze $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1{,}85}{2{,}30}$ oraz odczyta poprawnie z tablic miarę kąta α.	1
19. **C**	Zauważy, że $\gamma = 180^\circ - (45^\circ + 55^\circ) = 80^\circ$ i zastosuje wzór $P_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$.  	1
20. **C3**	Zapisze twierdzenie o dwusiecznej $\frac{\lvert AB\rvert}{\lvert AC\rvert} = \frac{\lvert BD\rvert}{\lvert DC\rvert}$, więc $\frac{6}{5} = \frac{x}{2\sqrt{5} - x}$, czyli $5x = 12\sqrt{5} - 6x$, skąd $x = \frac{12\sqrt{5}}{11}$.  	1
21. **(2 pkt.)**	Odp.: 21.1. $y = -\frac{1}{2}x - 1$. 21.2. $y = 2x$.	
	1° Napisze równanie prostej *k* przechodzącej przez punkty $(-2, 0)$ i $(0, -1)$.	1
	2° Napisze równanie prostej *m* przechodzącej przez punkty $(0, 0)$ i $(1, 2)$.	1
22. **C**	Obliczy współrzędne środków odcinków *AB* i *BC*, czyli $\left(\frac{1-1}{2}, \frac{7-3}{2}\right) = (0, 2)$ i $\left(\frac{3-1}{2}, \frac{5-3}{2}\right) = (1, 1)$ i obliczy odległość między tymi środkami: $\sqrt{(1-0)^2 + (1-2)^2}$.	1

23. **A**	Zauważy, że obrazami punktów A, B i C w symetrii względem punktu $(0,0)$ są punkty: $A'=(1,0)$, $B'=(0,1)$ i $C'=(0,-2)$.	1
24. **C**	Obliczy $a_3=(-1)^3\cdot\left(3^2-2\cdot 3\right)=-3$ i zauważy, że $a_3<2$.	1
25. **A**	Zauważy, że kąty można oznaczyć: α, $\alpha+20°$, $\alpha+2\cdot 20°$ i zapisze równanie $\alpha+\alpha+20°+\alpha+40°=180°$, skąd $\alpha=40°$.	1
26. **(2 pkt.)**	Odp.: $x=4$, $y=8$.	
	1° Obliczy x z równania $x^2=(-2)\cdot(-8)$, czyli $x^2=16$, skąd $x=-4$ lub $x=4$ oraz y z równania $y^2=(-8)\cdot(-32)$, czyli $y^2=256$, skąd $y=-16$ lub $y=16$.	1
	2° Zauważy, że $x>0$ i $y>0$, czyli $x=4$ i $y=16$.	1
27. **(2 pkt.)**	1° Zapisze $a_n=4\cdot\frac{3^n}{25^n}=4\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^n$ oraz $a_{n+1}=4\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^{n+1}$.	1
	2° Wykaże, że $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest liczbą stałą, czyli $\frac{4\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^{n+1}}{4\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^n}=\frac{4\cdot\frac{3}{25}\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^n}{4\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^n}=\frac{3}{25}$ i liczba $\frac{3}{25}$ nie zależy od n.	1
28. **(2 pkt.)**	Odp.: Kolejno: P, F, P, F.	
	1° Zauważy, że są to dane: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 i wyznaczy medianę 2 i dominantę 2.	1
	2° Zauważy, że średnią policzy z wzoru $\frac{8\cdot 1+12\cdot 2}{8+12}=1{,}6$ oraz kwadrat odchylenia standardowego z wzoru $\frac{8\cdot(1{,}6-1)^2+12\cdot(1{,}6-2)^2}{8+12}$.	1
29. **B**	Zauważy, że cyfrę dziesiątek wybierzemy na 5 sposobów z cyfr $\{1,2,3,4,5\}$, a cyfrę jedności na 6 sposobów z cyfr $\{0,1,2,3,4,5\}$, czyli $5\cdot 6=30$.	1

30. **(2 pkt.)**

Odp.:

II rzut \ I rzut	1	2	3	4	5	6
	Suma wyrzuconych oczek					
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$P(A)=\frac{5}{6}.$

Zauważy, że $|\Omega|=6\cdot 6=36$, $|A|=3\cdot 6+5+4+3=30$ i obliczy $P(A)$. — **1**

31. **(3 pkt.)**

Odp.: $a=5\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$.

1° Zauważy, że $a\sqrt{3}=a\sqrt{2}+\sqrt{5}$, gdzie a jest krawędzią sześcianu. — **1**

2° Rozwiąże poprawnie równanie, czyli $a\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=5$, skąd $a=\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$. — **1**

3° Poda długość krawędzi i zapisze $a=\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=5\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$. — **1**

32. **B, E**

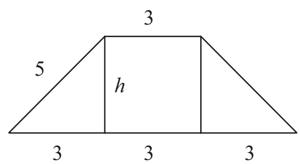
1° Obliczy $8^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=100$, skąd $a=12$,

np. $|CS|=\sqrt{100+36}$, gdzie a to krawędź podstawy ostrosłupa. — **1**

2° Obliczy pole podstawy $12^2=144$. — **1**

33. **B1**

Zauważy, że wysokość h trapezu jest równa 4, bo $h=\sqrt{5^2-3^2}$. — **1**



34. **(2 pkt.)**

Odp.: 34.1. 13 rolek.   34.2. 520 zł.

1° Obliczy pole powierzchni dachu $4\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5=60$ i doliczy 6% powierzchni,

czyli $63{,}6\ \mathrm{m}^2$ oraz $63{,}6:5$. — **1**

2° Obliczy $13\cdot 39{,}99$ zł. — **1**

35. **(3 pkt.)**	Odp.: **35.2.** 32.	
	35.1. **1°** Obliczy współczynniki liczbowe a_{AC} i a_{BD} prostych AC i BD, czyli $a_{AC}=\frac{5-1}{-1-3}=\frac{4}{-4}=-1$ i $a_{BD}=\frac{-3-5}{-5-3}=\frac{-8}{-8}=1$.	**1**
	2° Sprawdzi, czy $a_{AC}\cdot a_{BD}=-1$ i wywnioskuje, że przekątne są prostopadłe.	**1**
	35.2. Zastosuje wzór na pole powierzchni $P=\frac{1}{2}\cdot\lvert AC\rvert\cdot\lvert BD\rvert\cdot\sin 90°$ i obliczy $\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{2}\cdot 1$.	**1**
36. **C**	Zastosuje wzór $L(I)=10\cdot\log\frac{I}{I_0}$, gdzie $I=10^{-5,5}$, $I_0=10^{-12}$ i zapisze $L(I)=10\cdot\log\frac{10^{-5,5}}{10^{-12}}=10\cdot\log 10^{-5,5-(-12)}=10\cdot\log^{6,5}=10\cdot 6,5$.	**1**