

Zestaw 5.

Czas potrzebny na rozwiązanie zadań – 180 minut

1. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartość wyrażenia $\sqrt[3]{64} - \sqrt{2\frac{1}{4}} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^2$ jest równa:

- A. $6\frac{2}{3}$ B. $4\frac{4}{9}$ C. $1\frac{1}{3}$ D. $-4\frac{4}{9}$

2. (0-1) *Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.*

Jeżeli $a = 2\sqrt{5} + 3$ i $b = \sqrt{5} - 4$, to iloczyn liczby a i odwrotności liczby b jest równy $2 - \sqrt{5}$.	P	F
Jeżeli $A = (1, -1)$ i $B = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$, to $ AB = \sqrt{6}$.	P	F

3. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Jeżeli $\log_2 a = 2$ i $\log_2 b = \frac{1}{2}$, to wartość wyrażenia $(a+b)^2$ jest równa:

- A. $2(9+4\sqrt{2})$ B. $2(9-4\sqrt{2})$ C. 18 D. 10

4. (0-2) Uzasadnij, że jeśli $(2-\sqrt{5})^2 \cdot (2-\sqrt{5}) = 38+x\sqrt{5}$, to $x = -17$.

5. (0-1) *Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.*

Równanie $x^2 - 3x + m = 0$, gdy $m \in \left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$:

A. ma dwa pierwiastki,	ponieważ	1. $\Delta > 0$, gdy $m > \frac{9}{4}$.
B. ma jeden pierwiastek,		2. $\Delta = 0$, gdy $m = \frac{9}{4}$.
C. nie ma pierwiastków,		3. $\Delta < 0$, gdy $m < \frac{9}{4}$.

6. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Jeśli $\frac{3+x}{24} = \frac{2}{3}$, to x jest równe:

- A. 1 B. 5 C. 9 D. 13

7. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Iloczyn pierwiastków równania $(x-9)(x+1)(x^2-4)(x^2+4) = 0$ jest równy:

- A. -18 B. -36 C. 36 D. 18

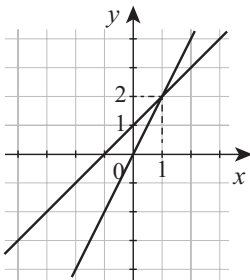
8. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Liczba naturalnych spełniających nierówność $(x+3)(x-5) < 0$ jest:

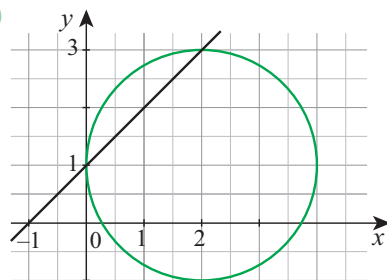
- A. 8 B. 5 C. 6 D. 7

9. (0-2) Każdemu rysunkowi **1** i **2** przedstawiającemu interpretację geometryczną pewnego układu równań przyporządkuj odpowiadający mu układ spośród A – H.

1



2



A. $\begin{cases} y = 2x \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$

E. $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$

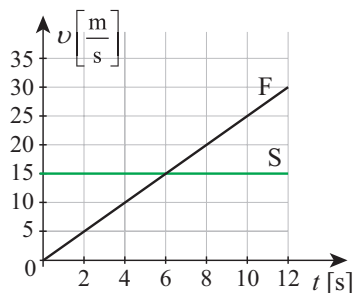
F. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$

G. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$

H. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 = 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$

10. (0-3) Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej n liczba $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ jest podzielna przez 10.

11. (0-1) W chwili, gdy zapaliły się zielone światła, samochód F ruszył ze skrzyżowania i po chwili został wyprzedzony przez samochód S. Na wykresie przedstawiono zależność prędkości tych samochodów od czasu, jaki upłynął od zapalenia się zielonych światła.



Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wartość przyspieszenia $\left(a = \frac{v}{t}\right)$ samochodu F w dwunastej sekundzie była równa $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.	P	F
W dziesiątej sekundzie samochód F jechał szybciej niż samochód S.	P	F

12. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2 - m)x + 1$. Wynika stąd, że:

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

13. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Gdy f jest funkcją wykładniczą określoną wzorem $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, to wykres funkcji $g(x) = -f(x)$ nie ma punktów wspólnych z prostą o równaniu:

- A. $y = 0$ B. $y = -1$ C. $y = -2$ D. $y = -3$

14. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Jeżeli punkt $P = \left(\frac{1}{3}, -3\right)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = \log_a x$, to a jest równe:

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt[3]{3}$ D. 3

15. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wielomian W określony jest wzorem $W(x) = 2x^{21} - 3x^{13} - 5x^5 - 5$.

Wartość wielomianu dla $x = -1$ jest równa:

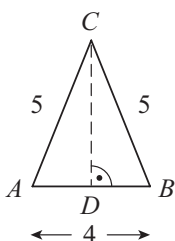
- A. -11 B. -1 C. 1 D. 5

16. (0-3) Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{tg}150^\circ - \cos150^\circ}{\sin120^\circ \cdot \cos120^\circ}$.

17. (0-3) Uwzględnij dane przedstawione na rysunku.

Dokończ zdanie. W miejsce wpisz odpowiednią funkcję trygonometryczną kąta ostrego α zaznaczonego na rysunku.

17.1.

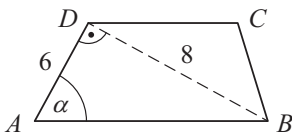


W trójkącie ABC :

$$\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{\sqrt{21}}{5} = \dots\dots\dots$$

17.2.

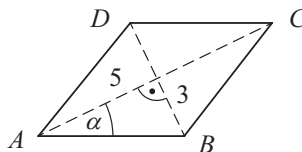


W trapezie $ABCD$:

$$\frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{3} = \dots\dots\dots$$

17.3.

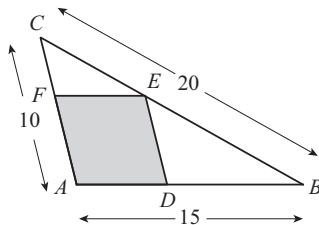


W rombie $ABCD$:

$$\frac{5}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{\sqrt{34}} = \dots\dots\dots$$

18. (0-2) W trójkąt ABC wpisano romb $ADEF$ w sposób przedstawiony na rysunku. Wiedząc, że $|AB|=15$, $|BC|=20$ i $|AC|=10$, oblicz długość boku rombu.



19. (0-1) Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A=(0,0)$, $B=(-2,2)$, $C=(-3,4)$.

Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Obrazem trójkąta ABC w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych jest trójkąt $A_1B_1C_1$, gdzie $A_1=(0,0)$, $B_1=(2,-2)$ i $C_1=(3,-4)$.	P	F
Obrazem trójkąta ABC w symetrii względem osi x jest trójkąt $A_2B_2C_2$, gdzie $A_2=(0,0)$, $B_2=(2,2)$ i $C_2=(-3,4)$.	P	F

20. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Prosta o równaniu $y = \left(\frac{m}{3} - 1\right)x + 4$ tworzy z osią x kąt rozwarty, gdy:

- A. $m = 3$ B. $m \in (-\infty; 3)$ C. $m \in (3; +\infty)$ D. $m \in (-\infty; 3)$

21. (0-2) Prosta prostopadła do prostej o równaniu $2x - y - 5 = 0$ ma równanie:

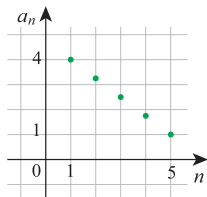
- A. $2x - y + 5 = 0$ B. $y = -\frac{1}{2}x$ C. $y = \frac{1}{2}x - 5$
 D. $-2x + y + 5 = 0$ E. $x + 2y - 5 = 0$ F. $2x + y = 0$

22. (0-3) Napisz równanie stycznej do okręgu $x^2 + y^2 = 9$ równoległej do prostej $y = -2x + 5$.

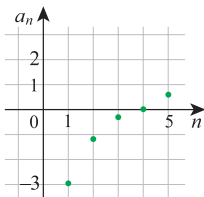
23. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wykres skończonego rosnącego ciągu liczbowego (a_n) przedstawiony jest na rysunku:

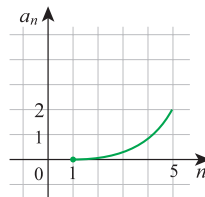
A.



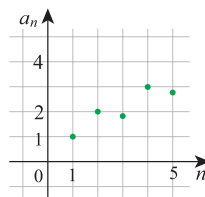
B.



C.



D.



24. (0-1) Liczby 2, 6, 10 są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 800.	P	F
Wzór na n -ty wyraz tego ciągu ma postać $a_n = 4n + 4$.	P	F

25. (0-1) Cena wymurowania pierwszego metra komina to 540 zł. Każdy następny metr jest droższy o 90 zł.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Koszt wybudowania komina o wysokości 20 m jest równy:

- A. 10 800 zł B. 12 600 zł C. 27 900 zł D. 30 100 zł

26. (0-1) *Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P, jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.*

Liczby $3\sqrt{2} - 4$, $-\sqrt{2}$, $3\sqrt{2} + 4$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.	P	F
Jeżeli ciąg geometryczny (b_n) o ilorazie q jest określony wzorem $b_n = \frac{7}{5} \left(\frac{3}{2}\right)^n$, to $b_1 = \frac{7}{5}$, $q = \frac{3}{2}$.	P	F

27. (0-2) *Dokończ zdanie. Zaznacz **dwie** odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.*

Liczby -20 , 10 , -5 są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, który określony jest wzorem:

A. $a_n = -20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ B. $a_n = -20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ C. $a_n = -40 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$
D. $a_n = 40 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ E. $a_n = 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ F. $a_n = -10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

28. (0-1) W rodzinie jest troje dzieci. Zakładamy, że prawdopodobieństwo urodzenia dziewczynki i prawdopodobieństwo urodzenia chłopca są równe.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A, że wszystkie dzieci w tej rodzinie są tej samej płci jest równe:

A.	$\frac{1}{2}$,	ponieważ	1.	$\Omega = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $ A = 2 \cdot 2$, więc $P(A) = \frac{1}{2}$.
B.	$\frac{1}{4}$,		2.	$\Omega = 2 \cdot 2 \cdot 2$, $ A = 2$, więc $P(A) = \frac{1}{4}$.

29. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Każdy uczestnik dwunastoosobowej grupy przyjaciół uściskał dłoń każdemu z pozostałych. Liczba uścisków była równa:

- A. 66 B. 22 C. 132 D. 144

30. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje cyfra 2, jest:

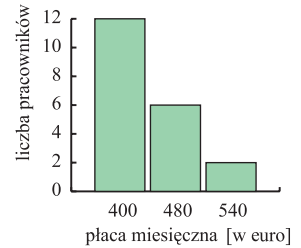
A. 900

B. 729

C. 648

D. 512

31. (0-3) W pewnej firmie pracownicy sezonowi zostali zaseregowani do trzech grup uposażeń. Liczbę pracowników i płac (w euro) w poszczególnych grupach przedstawiono na diagramie.



31.1. *Dokończ zdanie. W miejsce wpisz odpowiednią liczbę.*

Średnia płaca w firmie jest równa euro.

31.2. *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Prawdopodobieństwo zdarzenia, że spotkana osoba z tej grupy pracowników zarabia więcej niż średnia płaca w tej firmie, to:

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

31.3. Odchylenie standardowe zestawu płac od średniej płacy z dokładnością do 0,01 jest równe

32. (0-4) Podstawą ostrosłupa o wysokości 20 jest romb, którego suma długości przekątnych jest równa 6. Oblicz długości przekątnych podstawy ostrosłupa, dla których jego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.