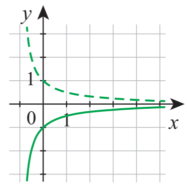
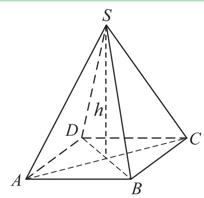
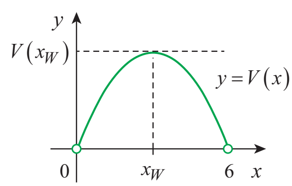
Zestaw 5. – odpowiedzi i etapy rozwiązania

Nr zadania i odp. do zadań zamkniętych	Odpowiedzi do zadań otwartych i opis czynności zdającego oraz schematy punktowania	Punkty
1. **C**	Wykona poprawnie działania i zapisze $4-\frac{3}{2}\cdot\frac{16}{9}$.	1
2. **F, P**	Zapisze $a\cdot\frac{1}{b}=\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}-4}\cdot\frac{\sqrt{5}+4}{\sqrt{5}+4}=\frac{\left(2\sqrt{5}-3\right)\left(\sqrt{5}+4\right)}{5-16}$ oraz zastosuje wzór $\lvert AB\rvert=\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2+\left(\sqrt{2}+1\right)^2}$.	1
3. **A**	Obliczy $a=2^2=4$ i $b=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ oraz $\left(4+\sqrt{2}\right)^2=18+8\sqrt{2}$.	1
4. **(2 pkt.)**	**1°** Poprawnie wykona działania $\left(2-\sqrt{5}\right)^2\cdot\left(2-\sqrt{5}\right)=$ $.=\left(9-4\sqrt{5}\right)\cdot\left(2-\sqrt{5}\right)=38-17\sqrt{5}$. **2°** Poprawnie odczyta $x=-17$.	1 1
5. **C3**	Oblicz wyróżnik $\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot m=9-4m$ i zauważy, że $m\in\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$, gdy $9-4m<0$, czyli gdy $\Delta<0$.	1
6. **D**	Zastosuje własność proporcji i zapisze $(3+x)\cdot3=2\cdot24$.	1
7. **C**	Obliczy pierwiastki $x_1=9$, $x_2=-1$, $x_3=-2$, $x_4=2$ oraz ich iloczyn (równanie $x^2+4=0$ nie ma pierwiastków).	1
8. **B**	Rozwiąże nierówność kwadratową $x\in(-3;5)$ i zliczy liczby naturalne należące do tego przedziału, czyli 0, 1, 2, 3, 4.	1
9. **B i G**	**1°** Z rysunku 1 napisze równania dwóch prostych. **2°** Z rysunku 2 napisze równanie okręgu i równanie prostej.	1 1
10. **(3 pkt.)**	**1°** Pogrupuje wyrazy i zapisze $3^n\left(3^2+1\right)-2^n\left(2^2+1\right)=10\cdot3^n-5\cdot2^n$. **2°** Zapisze $10\cdot3^n-5\cdot2\cdot2^{n-1}=10\cdot3^n-10\cdot2^{n-1}$. **3°** Wyłączy czynnik 10 przed nawias $10\left(3^n-2^{n-1}\right)$ i uzasadni podzielność przez 10.	1 1 1

11. **P, P**	Zauważy, że przyspieszenie samochodu F jest równe $\frac{30}{12}$ oraz odczyta z wykresu, że $\upsilon_F = 25\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, a $\upsilon_F = 15\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$.	**1**
12. **D**	Zauważy, że $f(1)=0$ oraz zapisze i rozwiąże równanie $(2-m)\cdot 1+1=0$.	**1**
13. **A**	Zauważy, że wykres funkcji *g* położony jest w III i IV ćwiartce układu współrzędnych. 	**1**
14. **C**	Zauważy, że $f\left(\frac{1}{3}\right)=-3$, czyli $\log_a \frac{1}{3}=-3$, więc $a^{-3}=\frac{1}{3}$, czyli $\frac{1}{a^3}=\frac{1}{3}$, skąd $a^3=3$.	**1**
15. **C**	Obliczy $W(-1)=2\cdot(-1)^{21}-3\cdot(-1)^{13}-5\cdot(-1)^5-5=-2+3+5-5.$	**1**
16. **(3 pkt.)**	Odp.: $-\frac{2}{3}$.	
	1° Zauważy, że: $\text{tg}150°=\text{tg}(180°-30°)=-\text{tg}30°=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos 150°=\cos(180°-30°)=-\cos 30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,	**1**
	2° Obliczy $\sin 120°=\sin(180°-60°)=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 120°=\cos(180°-60°)=-\cos 60°=-\frac{1}{2}$.	**1**
	3° Wykona działanie $\dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{3}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=\dfrac{-\frac{2\sqrt{3}}{6}+\frac{3\sqrt{3}}{6}}{-\frac{\sqrt{3}}{4}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{-\frac{\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}\right).$	**1**
17. **(3 pkt.)**	Odp.: 17.1. $\frac{2}{5}=\cos\alpha$, $\frac{\sqrt{21}}{5}=\sin\alpha$. 17.2. $\frac{3}{5}=\cos\alpha$, $\frac{4}{3}=\text{tg}\alpha$. 17.3. $\frac{5}{3}=\frac{1}{\text{tg}\alpha}$, $\frac{3}{\sqrt{34}}=\sin\alpha$.	
	Zna definicję funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym i potrafi jest zastosować.	**1**

18. **(2 pkt.)**	Odp.: 6.	
	1° Ułoży proporcję, np. $\frac{15}{x}=\frac{10}{10-x}$, gdzie $x=\lvert EF\rvert$. 2° Rozwiąże równanie.	**1** **1**
19. **P, F**	Zauważy, że obrazem punku $P=(x,y)$ w symetrii względem punktu $(0,0)$ jest punkt $P_1=(-x,-y)$, a w symetrii względem osi *x* jest punkt $P_2=(x,-y)$.	**1**
20. **D**	Zauważy, że kąt rozwarty z osią *x* tworzy prosta, gdy współczynnik kierunkowy tej prostej jest ujemny, czyli gdy $\frac{m}{3}-1<0$.	**1**
21. **B i E**	Zauważy, że prostą $2x-y-5=0$ można zapisać w postaci $y=2x-5$, więc prosta do niej prostopadła ma równanie postaci $y=-\frac{1}{2}x+b$ lub $x+2y+c=0$.	**2**
22. **(3 pkt.)**	Odp.: $y=-2x+3\sqrt{5}$ i $y=-2x-3\sqrt{5}$.	
	1° Zauważy, że prosta równoległa ma równanie $y=-2x+b$ i zapisze ją w postaci $2x+y-b=0$.	**1**
	2° Zauważy, że prosta jest styczna do okręgu, gdy odległość środka okręgu $(0,0)$ od prostej jest równa promieniowi i zapisze $\frac{\lvert 2\cdot 0+0-b\rvert}{\sqrt{2^2+1^2}}=3$.	**1**
	3° Rozwiąże równanie $\lvert b\rvert=3\sqrt{5}$, skąd $b=\pm 3\sqrt{5}$ i zapisze równania stycznych.	**1**
23. **B**	Zauważy, że wykres jest punktowy i wartości rosną.	**1**
24. **P, F**	Zastosuje wzór $S_{20}=\frac{2a_1+(20-1)\cdot r}{2}\cdot 20$, gdy $a_1=2$ i $r=4$ oraz wzór $a_n=2+(n-1)\cdot 4$.	**1**
25. **C**	Zauważy, że koszty budowy metrów komina tworzy ciąg arytmetyczny, gdy $a_1=540$, $r=90$, $n=20$, więc koszt komina to $S_{20}=\frac{2\cdot 540+(20-1)\cdot 90}{2}\cdot 20$.	**1**
26. **P, F**	Sprawdzi, czy $\left(-\sqrt{2}\right)^2=\left(3\sqrt{2}-4\right)\left(3\sqrt{2}+4\right)$ oraz zapisze $b_n=\frac{7}{5}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^n$ w postaci $b_n=\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}=\frac{21}{10}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$, skąd $b_1=2{,}1$ i $q=\frac{3}{2}$.	**1**
27. **B i D**	Zauważy, że $a_1=-20$ i $q=-\frac{1}{2}$, więc $a_n=-20\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, czyli $a_n=[-20\cdot(-2)]\cdot\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]=40\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^n$, bo $(-2)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=1$.	**2**

28. **B2**	Potrafi obliczyć liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych, czyli $2\cdot2\cdot2=8$, liczbę zdarzeń sprzyjających $1\cdot1\cdot1+1\cdot1\cdot1=2$ oraz prawdopodobieństwo.	1
29. **A**	Zauważy, że liczbę uścisków dłoni można policzyć jako sumę $11+10+9+\ldots+2\cdot1=\frac{1+11}{2}\cdot11$.	1
30. **C**	Zauważy, że takich liczb jest $\underset{\text{cyfry bez 0 i 2}}{8}\cdot\overset{\text{cyfry bez 2}}{9\cdot9}$.	1
31. **(3 pkt.)**	Odp.: **31.1.** 438. **31.2.** C. **31.3.** 49,35.	
	1° Obliczy $\frac{12\cdot400+6\cdot480+2\cdot540}{12+6+2}$.	1
	2° Zauważy, że $\lvert\Omega\rvert=20$, $\lvert A\rvert=6+2$, więc $P(A)=\frac{8}{20}$.	1
	3° Zastosuje wzór $\sqrt{\frac{12\cdot(400-438)^2+6\cdot(480-438)^2+2(540-438)^2}{12+6+2}}$ i obliczy przybliżoną wartość.	1
32. **(4 pkt.)**	Odp.: $\lvert AC\rvert=3$, $\lvert BD\rvert=3$, $V_{MAX}=30$.	
	1° Sporządzi rysunek, przyjmie oznaczenia $\lvert AC\rvert=x$ i $\lvert BD\rvert=y$ oraz $h=20$. Zapisze $x+y=6$, skąd $y=6-x$. 	1
	2° Zapisze wzór na objętość za pomocą jednej zmiennej, czyli $V=\frac{1}{3}\frac{x\cdot y}{2}\cdot h$, więc $V(x)=\frac{10}{3}\left(-x^2+6x\right)$.	1
	3° Zauważy, że funkcja $V(x)=\frac{10}{3}\left(-x^2+6x\right)$ jest funkcją kwadratową, której wykresem jest fragment paraboli $y=V(x)$ jak na rysunku. dla $x\in(0;6)$. 	1
	4° Obliczy $x_W=\frac{0+6}{2}=3$ oraz $y=6-3=3$, a następnie $V_{MAX}=V(3)$.	1