

Zestaw 2 – odpowiedzi i propozycja przydziału punktów

Nr zadania i odp. do zadań zamkniętych	Odpowiedzi do zadań otwartych i opis czynności zdającego oraz schematy punktowania	Punkty
1. B3	Zauważ, że liczba 466 633 314 jest parzysta i suma jej cyfr jest podzielna przez 3, więc dzieli się przez 6.	1
2. P, F	Zauważ, że układ równań jest poprawnie zapisany i rozwiąż go otrzymując $x = 28$ i $y = 32$.	1
3. (2 pkt.)	<p>1° Poprawnie zastosuje wzory skróconego mnożenia $x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2)$.</p> <p>2° Wykona poprawnie działania i przeprowadzi redukcję wyrazów podobnych.</p>	1 1
4. D	Zauważ, że $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{8} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}} = 2^{\frac{17}{12}} = 2^{1 + \frac{5}{12}} = 2 \cdot 2^{\frac{5}{12}}$.	1
5. (5 pkt.)	Odp.: 5.1. $C = (3, 0)$. 5.2. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.	
	<p>5.1. 1° Zauważ, że punkt $C = (x_C, 0)$ oraz współczynniki kierunkowe prostych BC i AC, gdzie $a_{AC} = \frac{0-2}{x_C+1}$ i $a_{BC} = \frac{0-8}{x_C-7}$, spełniają warunek $a_{AC} \cdot a_{BC} = -1$.</p>	1
	<p>2° Obliczy x_C z równości $\frac{-2}{x_C+1} \cdot \frac{-8}{x_C-7} = -1$.</p> <p>5.2. 1° Zauważ, że promień okręgu opisanego $R = \frac{1}{2} AB$, a środek $S = \left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2} \right) = (3, 5)$.</p> <p>2° Obliczy promień $R = 5$ i napisze równanie okręgu.</p>	2 1 1
6. (2 pkt.)	<p>1° Zauważ, że jeśli $f(x) = ax + b$, to $f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b$.</p> <p>2° Wyznaczy różnicę $f(x+1) - f(x) = a$.</p>	1 1
7. P, P	Zauważ, że $s = 10 \cdot 6 = 20 \cdot 3 = 30 \cdot 2 = 60 \cdot 1$, więc $\begin{matrix} 60 & - & 100\% \\ 42 & - & x \end{matrix}, \text{ skąd } x = \frac{42 \cdot 100}{60}\%$ oraz zauważ, że $s = v \cdot t$, więc $60 = 15 \cdot 4$.	1

	Odp.: 8.1. B. 8.2. A. 8.3. B.	
8. (3 pkt.)	8.1. Zauważ, że $h(t) = 0$, gdy $t = 0$ lub $t = 10$.	1
	8.2. Zauważ, że $t_{MAX} = \frac{-50}{2 \cdot (-5)}$.	1
	8.3. Oblicz $h_{MAX} = h(5)$.	1
9. (2 pkt.)	1° Zauważ, że $ \sphericalangle FDC = 90^\circ - \alpha$ i $ \sphericalangle EDC = 90^\circ$.	1
	2° Zapisz równość $\beta + (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$, skąd $\beta = \alpha$.	1
10. C	Rozwiąż równanie $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$, skąd $x = 0$ i zauważ, że tylko równanie $ x = 0$ ma rozwiązanie $x = 0$.	1
	Odp.: 11.1. $W(x) = (x-4)(x^2+1)$, 11.2. $a = 10$.	
11. (3 pkt.)	11.1. Rozłóż wielomian W na czynniki i zapisz go w postaci iloczynowej.	1
	11.2. 1° Zauważ, że $W(2) + a = 0$.	1
	2° Oblicz a z równania $2^3 - 4 \cdot 2^2 + 2 - 4 + a = 0$.	1
12. P, F	Zauważ, że $ AE = a$ oraz $ FB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ i oblicz długość podstawy AB oraz zauważ, że $ AD = a\sqrt{2}$ i $ BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$ i porównaj sumy długości odpowiednich boków trapezu.	1
13. (2 pkt.)	1° Oblicz pole wycinka koła $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2$.	1
	2° Oblicz pole wyróżnionej kolorem figury jako różnicę $1^2 - \frac{1}{4}\pi$.	1
14. P, P	Oblicz średnie arytmetyczne ocen $\bar{x}_A = \frac{3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4}{6} = \frac{16}{6}$ oraz $\bar{x}_P = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{6} = \frac{16}{6}$ oraz zauważ, że odchylenie standardowe ocen Ali jest mniejsze niż ocen Poli, więc Ala uczy się systematyczniej.	1

	Odp.: 15.1. 36. 15.2. $\frac{5}{6}$. 15.3. C.	
15. (4 pkt.)	1° Obliczy $ \Omega = 6 \cdot 6 = 36$.	1
	2° Obliczy $ A = 36 - 6 = 30$.	1
	3° Obliczy $P(A) = \frac{30}{36}$.	1
	4° Zauważy, że $B = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$, czyli $ B = 5$ i obliczy $P(B) = \frac{5}{36}$.	1
16.	1° Poprawnie wskaże jedno z przekształceń funkcji f .	1
A i C	2° Poprawnie wskaże drugie z przekształceń funkcji f .	1
	Odp.: $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{60}{169}$.	
17. (2 pkt.)	1° Obie strony równości $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{13}$ podniesie do kwadratu i otrzyma $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \left(\frac{7}{13}\right)^2$, skąd $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{49}{169}$.	1
	2° Obliczy wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ wiedząc, że $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.	1
18. C	Zauważy, że $y = \frac{a}{x}$ można zapisać w postaci $xy = a$ i $a = 5$.	1
	Odp.: 4806.	
19. (3 pkt.)	1° Zauważy, że należy obliczyć różnicę $S_{21} - S_{12}$.	1
	2° Obliczy poprawnie różnicę.	2
20. A	Zapisze $b_n = \frac{5-4n}{2} = -2n + \frac{5}{2}$ i zauważy, że ciąg (b_n) jest malejący, bo $b_{n+1} - b_n < 0$, gdzie $b_{n+1} = -2n + \frac{1}{2}$ i $b_{n+1} - b_n = -2$.	1
	Odp.: 21.1. 30. 21.2. 6,5. 21.3. 2.	
21. (3 pkt.)	1° Obliczy przeciwprostokątną równą 13.	1
	2° Obliczy połowę przeciwprostokątnej, czyli $R = \frac{13}{2}$.	1
	3° Obliczy promień r okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny z wzoru $r = \frac{a+b-c}{2}$, gdzie $a = 5$, $b = 12$ i $c = 13$.	1

22. B	Zauważy, że $\frac{a^2}{2} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} a^2 \sin \alpha\right)$ i obliczy $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ oraz odczyta z tablic, że $\alpha = 30^\circ$.	1
23. (4 pkt.)	<p>Odp.: 6 cm i 6 cm, $V = 324 \text{ cm}^3$.</p> <p>1° Zauważy, że $V = \frac{1}{2} e \cdot f \cdot 18 = 9ef$, gdzie e, f to długości przekątnych rombu oraz $e + f = 12$, skąd $f = 12 - e$.</p> <p>2° Zapisze objętość w zależności od jednej przekątnej np. e, tj. $V(e) = 9 \cdot e(12 - e)$ i poda dziedzinę funkcji V: $e \in (0; 12)$.</p> <p>3° Zauważy, że funkcja V jest funkcją kwadratową, która ma największą wartość dla $e = \frac{-12}{2 \cdot (-1)} = 6$.</p> <p>4° Poda $f = 6 \text{ cm}$ oraz poprawnie obliczy objętość bryły.</p>	1 1 1 1
24. (3 pkt.)	<p>Odp.: $h = OS = 6\sqrt{3}$, $V = 324$.</p> <p>1° Poprawnie zaznaczy na rysunku kąt 60° i obliczy długość wysokości SO, wiedząc że odległość punktu O od wierzchołka podstawy jest równa 6.</p> <p>2° Zauważy, że $P_p = 6 \cdot \frac{6^2 \sqrt{3}}{4}$, więc $V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{6^3 \sqrt{3}}{4} \cdot 6\sqrt{3}$.</p>	2 1