

Zestaw 1.

Czas potrzebny na rozwiązanie zadań – 180 minut

1. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartość mnożenia $(1 + 2 \cdot 3^{-1})^{-2}$ jest równa:

- A. $\frac{1}{49}$ B. $\frac{1}{25}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{25}{9}$

2. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartość wyrażenia $2 \log_3 3 + 1 - \frac{1}{3} \log_3 729$ jest równa:

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

3. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, które są parzyste i podzielne przez 25, jest:

- A. $9 \cdot 10 \cdot 2$ B. $9 \cdot 9 \cdot 2$ C. $9 \cdot 9 \cdot 4$ D. $9 \cdot 10 \cdot 4$

4. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ wyrażenie $\frac{3}{x-1} - 4$ jest równe:

- A. $\frac{-4x-1}{x-1}$ B. $\frac{-4x+7}{x-1}$ C. $\frac{4x+7}{x-1}$ D. $\frac{-4x+1}{x-1}$

5. (0-2) *Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.*

Dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie $16 - (x^2 - 2xy + y^2)$ jest równe:

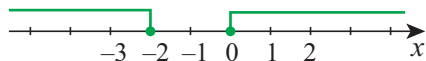
- A. $[4 - (x - 2y)]^2$ B. $[4 + (x - 2y)]^2$
C. $[4 - (x + 2y)]^2$ D. $[4 - (x - y)] \cdot [4 + (x - y)]$
E. $[4 - (x + 2y)] \cdot [4 + (x + 2y)]$ F. $-[(x - y) - 4] \cdot [(x - y) + 4]$

6. (0-3) Rozwiąż równanie $2x^3 - 8x^2 - 18x + 72 = 0$.

7. (0-1) Równanie $\frac{(x^2 + 2x)(x+3)(x-2)}{x^2 - 4} = 0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie:

- A. jedno rozwiązanie: $x = -3$ B. dwa rozwiązania: $x = -3, x = 0$
 C. trzy rozwiązania: $x = -3, x = -2, x = 0$
 D. cztery rozwiązania: $x = -3, x = -2, x = 0, x = 2$

8. (0-1) Spośród nierówności A-D wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono osi liczbowej.



- A. $|x+1| \leq 1$ B. $|x+1| \geq 1$ C. $|x-1| \geq 1$ D. $|x-1| \leq 1$

9. (0-1) Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1060 zł Bankomat wydał w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł Banknotów 100-złotowych jest dwa razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 1 mniej niż 50-złotowych. Jeśli x oznacza liczbę banknotów 50-złotowych oraz y – liczbę banknotów 20-złotowych, które otrzymał klient.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y , to:

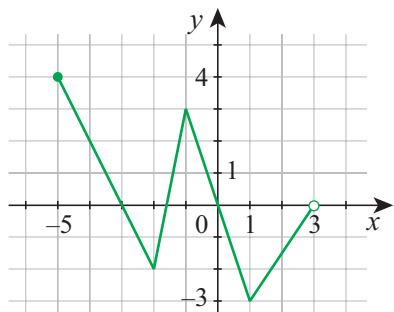
A.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1060 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1060 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1060 \\ x = y - 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1060 \\ x = y - 1 \end{cases}$$

10. Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych $(x; y)$, przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in \langle -5; 3 \rangle$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



10.1 (0-1) Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f .

.....

10.2. (0-1) *Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P – jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.*

Dla każdego argumentu z przedziału $\langle -3; -2 \rangle$ funkcja ma wartości ujemne.	P	F
Funkcji f ma trzy miejsca zerowe	P	F

10.3. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -3; 0 \rangle$ jest równa:

- A. -3 B. -2 C. -1 D. 0

11. (0-1) Na płaszczyźnie kartezjańskiej okrąg ma równanie $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$, a punkt $P = (2, 13)$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

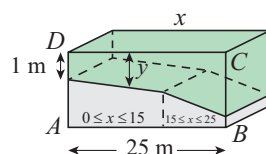
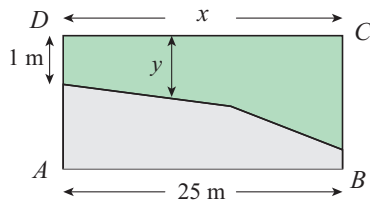
Odległość punktu P od środka okręgu jest równa:

- A. $\sqrt{145}$ B. 13 C. 17 D. $\sqrt{194}$

12. Basen ma długość 25 m. W najpłytszym miejscu jego głębokość jest równa 1 m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku. Głębokość y basenu zmienia się z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{gdy } 0 \leq x \leq 15 \\ 0,2x - 1,4, & \text{gdy } 15 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody. Wielkość x i y są wyrażone w metrach.



12.1 (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Największa głębokość basenu jest równa:

- A. 1,8 m B. 2,2 C. 3,6 m D. 6,4 m

12.2 (0-2) Oblicz wartość współczynników a oraz b funkcji f . Zapisz obliczenia.

13. Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x-2)^2 + 1$.

13.1 (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne:

- A. (2,1) B. (-2,1) C. (2,-1) D. (-2,1)

13.2 (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział:

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $\langle 1, +\infty)$

14. Ciąg (a_n) określany jest wzorem $a_n = \frac{5^n}{15}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

14.1. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest:

- A. $\frac{1}{3} \cdot 5^{49}$ B. $\frac{1}{3} \cdot 5^{50}$ C. $\frac{1}{3} \cdot 5^{51}$ D. $\frac{1}{3} \cdot 5^{52}$

14.2. (0-1) *Oceń prawdziwość podanych stwierdzeń. Wybierz P – jeżeli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.*

Ciąg (a_n) jest geometryczny.	P	F
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa $\frac{31}{3}$.	P	F

15. (0-1) Na płaszczyźnie kartezjańskiej prosta k ma równanie $y = 5x + b$ i przechodzi przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy:

- A. -2 B. 0 C. 3 D. 5

16. Ciąg (a_n) określany jest wzorem $a_n = 4n - 2$ dla każdej naturalnej liczby $n \geq 1$.

16.1. (0-1) *Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.*

Ciąg a_n jest:

A.	rosnący	ponieważ	1.	$a_{n+1} - a_n = -1$
B.	malejący		2.	$a_{n+1} - a_n = 0$
C.	stały		3.	$a_{n+1} - a_n = 4$

16.2. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Najmniejszą wartością n , dla której wyraz a_n jest większy od 28, jest:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

16.3. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Suma n początkowych wyrazów ciągu a_n jest równa 128 dla n równego:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

17. (0-1) Na płaszczyźnie kartezjańskiej prosta k ma równanie: $y = \frac{1}{3}x + 5$, a prosta l ma równanie: $y - 1 = -3x$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l :

- A. pokrywają się B. nie mają punktów wspólnych
C. są prostopadłe D. przecinają się pod kątem 30°

18. (0-1) *Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.*

Wartość wyrażenia $(1 - \cos 40^\circ)(1 + \cos 40^\circ) - \sin^2 40^\circ$ jest równa:

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 40

19. (0-1) W pojemniku są kule białe i czarne, Stosunek kul białych do liczby kul czarnych 3 : 5. Z pojemnika losujemy jedną kulę:

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe:

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{3}$

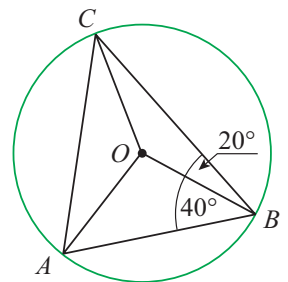
20. (0-1) Punkty ABC należą do okręgu o środku w punkcie O .

Kąt ABC ma miarę 40° , a kąt OBC ma miarę 20° .

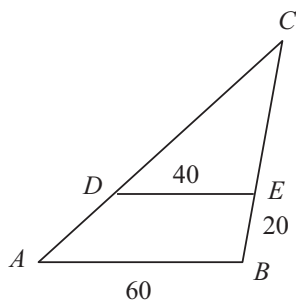
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miarą kąta jest ACO jest równa:

- A. 30° B. 40°
C. 50° D. 60°



21. (0-2) Na rysunku trójkąty ABC i DEC są podobne. Uzasadnij, że te trójkąty są równoramienne.



22. (0-1) W trójkącie ABC bok AB ma długość 6, a bok BC ma długość 4,8. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D takim, że $|AD| = 3,6$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

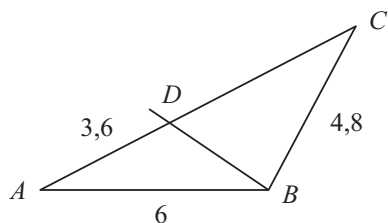
Odcinek CD ma długość:

A. $\frac{72}{25}$

B. $\frac{108}{25}$

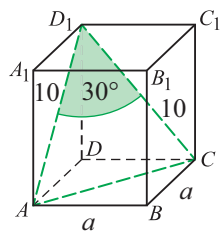
C. $\frac{432}{25}$

D. $\frac{14}{5}$



23. (0-4) Podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku a . Przekątne sąsiednich ścian bocznych mają długość 10 i są ramionami kąta o mierze 30° . Połączono wierzchołki A , C i D_1 jak na rysunku. Oblicz:

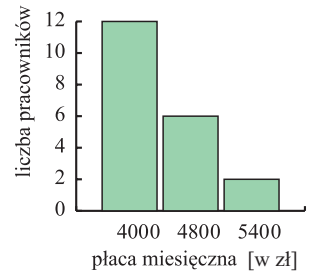
- a) pole trójkąta ACD_1 ,
b) długość krawędzi podstawy prostopadłościanu.



24. (0-2) Dwa ostrosłupy są podobne. Objętość ostrosłupa pierwszego jest równa $V_1 = 600$, a drugiego $V_2 = 25$. Oblicz stosunek pól powierzchni ostrosłupa pierwszego do ostrosłupa drugiego,

25. (0-3) Ze zbioru cyfr $\{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ losujemy ze zwracaniem trzy cyfry i zapisujemy je obok siebie w kolejności losowania, tworząc liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymana liczba jest liczbą nieparzystą.

26. W pewnej firmie pracownicy zostali zaszeregowani do trzech grup uposażeń. Liczbę pracowników i płace netto w poszczególnych grupach przedstawiono na diagramie słupkowym.



26.1. (0-2) *Uzupełnij zdanie. W miejsce kropek wpisz odpowiednią liczbę.*

Średnia miesięczna płaca w tej firmie jest równa.....zł

26.2. (0-2) Oblicz odchylenie standardowe od średniej miesięcznej płacy w tej firmie.

Wynik podaj do 0,1 zł

27. (0-4) Piłkę rzucono w górę z początkową prędkością $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wysokość h , którą osiągnie

ona po t sekundach określona jest wzorem $h(t) = 25t - 20t^2$. Oblicz:

a) oblicz jaką maksymalną wysokość osiągnie ta piłka,

b) po jakim czasie piłka spadnie na ziemię.

Wyniki podaj z dokładnością 0,01.