Zestaw 1 – odpowiedzi i etapy rozwiązania

Nr zadania i odp. do zadań zamkniętych	Odpowiedzi do zadań otwartych i opis czynności zdającego oraz schematy punktowania	Punkty
1. **C**	Zauważy, że $2\cdot 3^{-1}=\frac{2}{3}$ i obliczy $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$.	1
2. **A**	Obliczy, że $2\log_3 3=2$ oraz $\frac{1}{3}\log_3 729=\log_3 9=2$.	1
3. **A**	Zauważy, że cyfrę tysięcy wybiera się z cyfr 1, 2, ……9, cyfrę setek z cyfr 1, 2, ……9, a ostatnie dwie cyfry to 00 lub 50.	1
4. **B**	Zauważy, że $4=\frac{4(x-1)}{x-1}$, więc $\frac{3}{x-1}-\frac{4x-4}{x-1}$.	1
5. **D i F**	**1°** Zauważy, że $16-\left(x^2-2xy+y^2\right)=4^2-(x-y)^2$. **2°** Zauważy, że $\left[4-(x-y)^2\right]\cdot\left[4+(x-y)^2\right]=-\left[(x-y)^2-4\right]\cdot\left[(x-y)^2+4\right]$.	1 1
6. **(3 pkt.)**	Odp.: $x_1=-3$, $x_2=3$, $x_3=4$.	
	1° Pogrupuje wyrazy $\left(2x^2\right)(x-4)-18(x-4)=0$ i zapisze równanie w postaci $(x-4)\left(2x^2-18\right)=0$. **2°.** Rozwiąże poprawnie jedno z równań $x-4=0$ lub $2x^2-18=0$. **3°** Rozwiąże poprawnie oba równania.	1 1 1
7. **B**	Rozwiąże równanie $\left(x^2+2x\right)(x+3)(x-2)=0$ i zauważy, że liczby 2 i –2 nie spełniają warunku $x^2-4\neq 0$.	1
8. **B**	Zna interpretację geometryczną wartości bezwzględnej czyli dla jakich *x* odległość „–1” jest większa lub równa 1.	1
9. **A**	Zauważy, że banknotów o nominale: 50 zł. jest *x*, 100 zł. jest 2*x*, 20 zł. jest *y*, gdzie $y=x-1$.	1
10. **(3 pkt.)**	Odp.: **10.1.** $\langle -3;4\rangle$. **10.2.** F, P. **10.3.** B.	
	10.1. Odczyta z wykresu zbiór wartości, tj. $Y_f=\langle -3;4\rangle$. **10.2.** Poprawnie odczyta z wykresu odpowiednie własności funkcji *f* (zwróci uwagę na to, że $f(-3)=0$). **10.3.** Odczyta z wykresu $f_{MIN}(2)=-2$.	1 1 1

11. **B**	Odczyta z równania okręgu współrzędne środka okręgu $S=(-3,1)$, a następnie obliczy długość odcinka SP.	1
12. **(3 pkt.)**	Odp.: **12.1.** C. **12.2.** $a=0{,}04,\ b=1$.	
	12.1. Zauważy, że basen ma największą głębokość dla $x = 25$ i obliczy $f(25)=0{,}2\cdot 25-1{,}4=3{,}6$.	1
	12.2. 1° Zauważy, że $f(0)=a-0+b=1$, skąd $b=1$.	1
	2 °. Zauważy, że $f(15)=15a+1$ i $f(15)=0{,}2\cdot 15-1{,}4$, czyli $15a+1=0{,}2\cdot 15-1{,}4$, skąd $a=0{,}4$.	1
13. **(2 pkt.)**	Odp.: **13.1.** A. **13.2.** A.	
	13.1. Odczyta z wzoru funkcji f $f(x)=a(x-p)^2+a$ współrzędne (p,q).	1
	13.2. Zauważy, że $a=-1$ i $q=1$, czyli parabola skierowana jest ramionami w dół.	1
14. **(2 pkt.)**	Odp.: **14.1.** A. **14.2.** P, P.	
	14.1. Zauważy, że $a_{50}=\frac{5^{50}}{15}=\frac{5\cdot 5^{49}}{5\cdot 3}$.	1
	14.2. Zauważy, że $a_1+a_2+a_3=\frac{5}{15}+\frac{5^2}{15}+\frac{5^3}{15}=\frac{5+25+125}{15}$.	1
15. **A**	Obliczy współczynnik b podstawiając do wzoru $y=5x+b$ za $x=-1$ i $y=3$.	1
16. **(3 pkt.)**	Odp.: **16.1.** A3. **16.2** C. **16.3.** C.	
	16.1. Poprawnie zapisze $a_{n+1}=4n+2$ i obliczy $a_{n+1}-a_n$.	1
	16.2. Poprawnie rozwiąże nierówność $4n-2>28$.	1
	16.3. Zauważy, że ciąg (a_n) jest asymetryczny i poprawnie rozwiąże równanie $128=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$, gdzie $a_1=2$ i $a_n=4n-2$.	1
17. **C**	Zauważy, że współczynniki kierunkowe k i l są równe $a_k=\frac{1}{3}$, $a_l=-3$ i spełniają warunek $\frac{1}{3}\cdot(-3)=-1$.	1
18. **B**	Zapisze wyrażenie $(1-\cos 40°)(1+\cos 40°)=1-\cos^2 40°=\sin^2 40°$.	1
19. **A**	Zauważy, że kul białych jest $3x$, kul czarnych $5x$, a wszystkich kul jest $3x+5x$ i zastosuje definicję klasyczną prawdopodobieństwa.	1

20. **A**	Zauważy, że trójkąty *ABO*, *BCO*, *ACO* są równoramienne i $\lvert\sphericalangle AOC\rvert = 360° - (100° + 140°) = 120°$, więc $\lvert\sphericalangle ACO\rvert = \frac{1}{2}(180° - 120°)$.	1
21. **(2 pkt.)**	**1°.** Skorzysta z twierdzenia Talesa i zapisze równanie $\frac{60}{40} = \frac{20 + \lvert EC\rvert}{\lvert EC\rvert}$.	1
	2°. Obliczy $\lvert EC\rvert = 40$ i uzasadni, że $\lvert ED\rvert = \lvert EC\rvert$ oraz $\lvert AB\rvert = \lvert BC\rvert$.	1
22. **A**	Zastosuje twierdzenie o dwusiecznej i zapisze równanie $\frac{6}{3{,}6} = \frac{4{,}8}{\lvert CD\rvert}$ i poprawnie obliczy $\lvert AD\rvert = \frac{3{,}6 \cdot 4{,}8}{6}$.	1
23. **(4 pkt.)**	Odp. a) 25 b) $5\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$	
	1° Obliczy pole trójkąta ACD_1: $P_{\Delta\, ACD_1} = 25$ z zależności $P_{\Delta\, ACD_1} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 30°$.	1
	2° Obliczy długość odcinka *AC*, czyli $\lvert AC\rvert = a\sqrt{2}$,	1
	3° Obliczy krawędź *a* stosując twierdzenie cosinusów dla trójkąta ACD_1, czyli $\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cos 30°$, gdzie $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	2
24. **(2 pkt.)**	Odp. $4\sqrt[3]{9}$.	
	1° Obliczy skalę *k* prawdopodobieństwa brył z równości $\frac{V_1}{V_2} = \frac{600}{25} = k^3$, czyli $k = \sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$.	1
	2°. Zauważy, że $\frac{P_1}{P_2} = k^2$.	1
25. **(3 pkt.)**	Odp. $P(A) = \frac{1}{2}$.	
	1° Obliczy liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych Ω, czyli $\lvert\Omega\rvert = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.	1
	2° Obliczy liczbę wszystkich zdarzeń sprzyjających zdarzeniu *A*, czyli $\lvert A\rvert = 9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$.	1
	3° Obliczy prawdopodobieństwo $P(A) = \frac{450}{900}$.	1

26. **(3 pkt.)**	Odp.: **26.1.** 4380 zł. **26.2** 24,7.	
	26.1. Obliczy średnią miesięczną płac z wzoru $\frac{12\cdot(4000-4380)^2+6\cdot(4800-4380)^2+2\cdot(5400-4380)^2}{20}$.	**1**
	26.2. 1° Obliczy odchylenia standardowe od średniej miesięcznej płacy $\sqrt{\frac{12\cdot(4000-4380)^2+6\cdot(4800-4380)^2+2\cdot(5400-4380)^2}{20}}$.	**1**
	2 °. Obliczy wartość odchylenia standardowego $\sqrt{\frac{4872000}{20}}=\sqrt{243600}$.	**1**
27. **(4 pkt.)**	Odp.: a) 23,44 m. b) 1,25 s.	
	1° Zauważy, że $h(t)=25t-20t^2=-20t^2+25t$ i $t\in(0;1,25)$.	**1**
	2° Zauważy, że funkcja h osiąga maksimum, gdy $t=\frac{25}{2\cdot(-20)}$, czyli $t=\frac{5}{8}$.	**1**
	3° Obliczy $h\left(\frac{5}{8}\right)=25\cdot\frac{5}{8}-20\left(\frac{5}{8}\right)^2=\frac{1500}{64}$.	**1**
	4° Zauważy, że piłka spadnie, gdy $h(t)=0$, czyli $t=1,25$ s.	**1**